

Nejistoty v měření IV: nejistoty při kalibraci a ověřování

Čtvrtý z volného cyklu článků přibližujících současný pohled na problematiku nejistot při měření je věnován nejistotám při kalibraci měřidel. Správný a úplný popis nejistot má největší význam právě při kalibraci. Současně se jedná o jednu z oblastí vrcholové metrologie, ve které vyplývá použití standardních metod vyjadřování nejistot přímo z předpisů mezinárodních i národních metrologických organizací.

1. Úvod

Jednou z nejdůležitějších úloh metrologie v národním i mezinárodním měřítku je zajistit jednotnost měření, tj. fungování systému návaznosti měřidel. Všechna měřidla používaná při řízení výroby či jiných procesů musí mít zjištěny nebo ověřeny metrologické charakteristiky. Jednotnosti měření se docílí jednak systémem návaznosti etalonů příslušných řádů, jednak navazováním samotných měřidel na patřičné etalony. Tato návaznost měřidel na etalony je garantována (zajišťována) procesy kalibrace, ověřování, popř. také zkoušení.

Kalibrační měřidla se rozumí soubor úkonů, jejichž výsledkem je znalost závislosti mezi hodnotami indikovanými kalibrovaným měřidlem a příslušnými hodnotami téže veličiny stanovenými podle referenčního měřidla nebo pracovního etalonu anebo realizovanými jejich prostřednictvím. Kalibruje se zpravidla metodou přímého nebo nepřímého porovnání.

Zkouškou se rozumí souhrn operací prokazujících, že zkoušené měřidlo plní předepsané požadavky. Úřední zkouška, na jejímž základě je vydán patřičný certifikát nebo je měřidlo opatřeno značkou, která dokládá, že měřidlo splňuje požadavky příslušných předpisů, bývá zpravidla označována jako ověřování. Při jistém úhlu pohledu lze předpokládat, že určité prvky kalibrace jsou svým způsobem obsaženy i v každém ověření.

Uživatelé měřidla zajímá především certifikát (kalibrační list, ověřovací list), který má podle současných předpisů obsahovat nejistoty výsledků kalibrace nebo ověření. Tento trend vychází např. z platných normativních dokumentů [7], [8], [9], [10] a je dnes všeobecně uznáván. Proto je v rámci cyklu o nejistotách měření věnován problematice kalibrace tento samostatný článek.

2. Zvláštnosti nejistot při kalibraci

Postupy a metodika kalibrace mají svá specifika projevující se v oblasti používaných

metod i omezeným počtem typů řešených úloh. Rovněž tak z pohledu nejistot jde o zcela specifické úlohy, protože navazování měřidel na etalon s sebou zpravidla nese také určité typické kombinace zdrojů nejistot, popř. i jejich vzájemné korelace, posléze se projevující v kovariancích. Analýzy nejistot při kalibraci jsou úlohami podstatně složitějšími než ty, které byly naznačeny v předchozích částech cyklu.

Při kalibracích se lze nejčastěji setkat s těmito typy úloh:

- kalibrace měřidla (zhmotnělé míry) s jednou nominální hodnotou,
- kalibrace několika měřidel (zhmotnělých měř) se stejnou nominální hodnotou,
- kalibrace sady zhmotnělých měř,
- kalibrace měřidla se spojitou stupnicí.

Při posuzování nejistot při kalibraci je třeba uvažovat především ty složky, které mají rozhodující vliv na výslednou nejistotu. Jsou to:

- nejistota hodnoty poskytnuté (reprodukované) etalonem,
- nejistota způsobená nedostatky při přenosu hodnot z etalonu na měřidlo (zahrnuje vlastní nedokonalosti metody, vlivy prostředí apod.),
- nejistota kalibrovaného měřidla způsobující problémy se stálostí a reprodukovatelností měření.

Při kalibracích je zpravidla také třeba, a to mnohem pozorněji než u provozních měření, dbát na to, aby nebyly opomenuty žádné možné korelace, které mohou ovlivnit výsledek. Co se týče kovariancí, projevují se při kalibraci tyto jejich dominantní projevy:

- kovariance mezi hodnotami veličiny poskytovanými etalonem,
- kovariance způsobené přenosem hodnot z etalonu na kalibrované měřidlo,
- kovariance mezi hodnotami kalibrovaného měřidla,
- kovariance mezi hodnotami etalonu a kalibrovaného měřidla.

Nejistota a kovariance samotného etalonu se skládají ze dvou složek:

- složek uvedených v kalibračním listu a udávajících hodnoty nejistot a kovariancí veličiny měřené nebo reprodukované etalonem v podmínkách jeho kalibrace,
- složek představujících vliv odchylky podmínky při kalibraci oproti podmínkám referenčním.

Současným problémem je zpravidla skutečnost, že zatímco nejistoty již bývají v kalibračních listech uvedeny, údaje o kovariancích zde ještě velmi často chybí, ačkoliv přitom mohou tvořit stejně významnou složku celkové výsledné nejistoty.

Jak již bylo uvedeno, je situace při kalibraci podstatně složitější a nelze v ní vystačit s jednoduchým modelem přímého nebo nepřímého měření. Z důvodů omezeného prostoru článku je v následujícím textu jen stručně přiblížena příslušná teorie, doplněná ukázkovými příklady výpočtu.

3. Kalibrace měřidla reprodukujícího jedinou hodnotu měřené veličiny

3.1 Charakteristika úlohy

Jde o případ relativně jednoduchý a téměř shodný s vyhodnocením opakovaného přímého měření jediné veličiny. Základem je n -krát opakované porovnání kalibrovaného měřidla s etalonem za stejných podmínek, čímž se získají hodnoty x_1, x_2, \dots, x_n .

3.2 Model kalibrace a odhad hodnoty kalibrovaného měřidla

Modelem kalibrace je soustava rovnic

$$\begin{aligned} X_1 + X_E - X_p - X_M &= Y \\ X_2 + X_E - X_p - X_M &= Y \\ &\vdots \\ &\vdots \\ X_n + X_E - X_p - X_M &= Y \end{aligned} \quad (1)$$

kde

X_1, X_2, \dots, X_n jsou rozdíly mezi hodnotou etalonu a hodnotou kalibrovaného měřidla při jednotlivých porovnáních,

X_E hodnota etalonu,

X_p korekce způsobená nedostatky přenosu hodnot z etalonu na měřidlo,

X_M korekce způsobené nedostatky při udržování a reprodukování hodnoty kalibrovaným měřidlem.

Model (1) je modelem přímého stejně přesného měření, takže za předpokladu, že odhady x_p, x_M korekčních vlivů X_p, X_M jsou nulové a odhad hodnoty etalonu X_E je x_E , nabude tvaru

$$y = x_E + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = x_E + \bar{x} \quad (2)$$

3.3 Nejistota odhadu

Nejistota odhadu y za předpokladu, že se připustí korelace mezi odhady x_E a x_M , nabude tvaru

$$u(y) = \sqrt{u_A^2(y) + u_E^2 + u_p^2 + u_M^2 + 2u_{E,M}} \quad (3)$$

kde nejistota stanovená metodou A je

$$u_A(y) = s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

nebo

$$u_A(y) = \frac{s_x}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

kde s_x je nějaký odhad směrodatné odchyly a u_E , u_p , u_M jsou složky nejistoty stanovené metodou B (jak je uvedeno dále).

Složka u_E je nejistota hodnoty etalonu zjištěná při kalibraci. Skládá se z nejistoty uvedené v kalibračním listu etalonu a ze složky reprezentující působení vlivů rozdílného prostředí při kalibraci etalonu a vlastních podmínek při vykonané kalibraci. Tento vliv musí, s ohledem na údaje z kalibračního listu (certifikátu) etalonu, kvantifikovat experimentátor.

Složka u_p je nejistota zapříčiněná nedostatkem při přenosu hodnot z etalonu na měřidlo. Zahnuje vlivy metody i použitých prostředků a podmínek při kalibraci. Opět ji musí správně ocenit experimentátor na základě dostupných údajů a své zkušenosti s použitými metodami, prostředky a podmínkami kalibrace.

Nejistota u_M je složkou vnášenou do procesu kalibrace udržováním a reprodukcí hodnoty kalibrovaným měřidlem. Určí ji opět experimentátor na základě známých metod, podmínek a prostředků indikace údajů sledovaného kalibrovaného měřidla.

Kovariance $u_{E,M}$ je zapříčiněna korelacemi mezi odhady hodnoty etalonu a kalibrovaného měřidla. Nejčastěji je její příčinou použití stejné sestavy přístrojů pro odečítání hodnoty udávané etalonem i kalibrovaným měřidlem.

Pro větší přehlednost lze tradičně použít zápis do bilanční tabulky, která má v obecném tvaru podobu tab. 1. Koeficienty citlivosti A se přitom určí stejně jako v případech popsaných již v předchozích dílech cyklu [12], [13] a [14] jako parciální derivace modelové funkce podle příslušné proměnné. Hodnoty x_p , x_M a $x_{E,M}$ se velmi často pokládají za nulové.

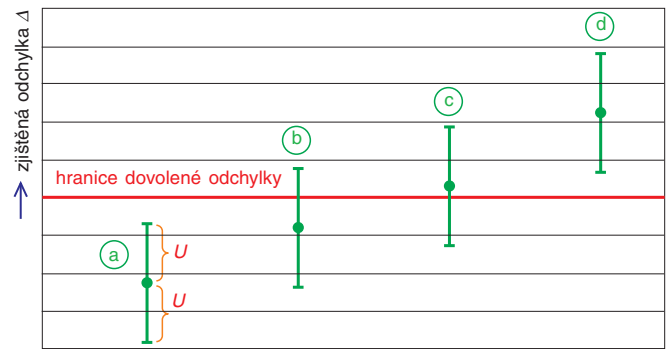
Kalibrační list obsahuje tyto výsledky kalibrace:

- měřené údaje,
- hodnotu kalibrovaného měřidla y ,
- údaj nejistoty kalibrace (nejistoty odhadu) $u(y)$.

Tab. 1. Bilance nejistot při kalibraci

Veličina X_i	Odhad x_i	Standardní nejistota $u(x_i)$	Aproximační rozdělení	Koeficient citlivosti A_i	Příspěvek k výsledné nejistotě $u_i(y)$
\bar{X}	\bar{x}	$u_{\bar{x}} = u_A(x)$	normální	A_x	$u_A(y)$
etalon X_E	x_E	$u(x_E)$	rovnoměrné	A_E	$u_E(y)$
porovnání X_p	x_p	$u(x_p)$	rovnoměrné	A_p	$u_p(y)$
kalibrované měřidlo X_M	x_M	$u(x_M)$	rovnoměrné	A_M	$u_M(y)$
kovariance $X_{E,M}$	$x_{E,M}$	$u_{E,M}$	rovnoměrné	$A_{E,M}$	$u_{E,M}(y)$
Y	y	–	–	–	$u(y)$

Obr. 1. Situace připadající v úvahu při ověřování měřidla reprodukcího jedinou hodnotu měřené veličiny



3.4 Ověření zhmotnělé míry k reprodukci jediné hodnoty

Cílem ověření měřidla je stanovit, zda jeho odchylyka se pohybuje v povolených mezích $\pm \Delta_{dov}$.

Postupuje se podobně jako v předchozím případě kalibrace a odhad odchylyky se stanoví jako aritmetický průměr \bar{x} získaný z n opakovaných komparací s etalonem za dodržení konstantních podmínek.

Nejistoty stanovené metodou A i metodou B je možné určit podobně jako v předchozí kapitole pomocí vztahů (3) a (4), čímž se získá výsledná kombinovaná nejistota u_c , ze které se vynásobením koeficientem rozšíření stanoví rozšířená nejistota $U(x)$. Měřidlo (měřka) pak vyhovuje požadavkům, jestliže platí vztah

$$|\bar{x}| + U(x) \leq \Delta_{dov} \quad (6)$$

kde

\bar{x} je aritmetický průměr stanovené odchylyky od jmenovité hodnoty, kterou měřidlo reprezentuje,

$U(x)$ rozšířená nejistota této odchylyky,

Δ_{dov} dovolená tolerance měřidla (hranice dovolené odchylyky od jmenovité hodnoty).

V praxi může nastat jeden ze čtyř případů znázorněných na obr. 1. V případě (a) lze konstatovat, že měřidlo plně vyhovuje požadavkům. Naopak v případě (d) měřidlo požadavkům prokazatelně nevyhovuje. V případech (b) a (c) není laboratoř schopna jednoznačně rozhodnout, zda měřidlo vyhovuje či nikoli. V těchto případech může dát jednoznačnou

odpověď pouze jiné nezávislé ověření vykonané v laboratoři vybavené dokonalejší technikou apod. V současnosti se vyžaduje, aby laboratoř akreditovaná pro ověřování (kalibraci) byla schopna vždy jednoznačně stanovit výsledek jako případ (a), popř. (d), a nebylo vyžadováno žádné další posuzování. K tomu může přispět právě zmenšení nejistot ověření (kalibrace).

4. Kalibrace několika měřidel reprodukcího tutěž nominální hodnotu veličiny

Je-li kalibrováno několik zhmotnělých měřidel (měr) stejné nominální hodnoty, postupuje se u každého stejně jako v předcházejícím případě. Jestliže při kalibraci všech dotyčných měr působí na měření tytéž společné vlivy, budou odhady hodnot kalibrovaných měr korelované. Tato skutečnost může být důležitá v případě, že při dalším použití budou tyto míry vystupovat společně. Tehdy je třeba korelace mezi nimi ve výpočtu nejistot zohlednit. To ale předpokládá, že budou v kalibračních listech uvedeny, což v současné době bývá velmi zřídka. Jako příklad lze zmínit kalibraci několika závaží o téže hmotnosti, několika koncových měrek o stejné jmenovité délce apod. Skutečně, jsou-li při vážení na dvouramenné váze použita společně dvě závaží po 100 g, výsledek vážení bude $m = m_1 + m_2 + a$, kde m_1 a m_2 jsou hmotnosti použitých závaží převzaté z kalibračních listů a a je odchylyka naměřená při vážení. Nejistota výsledku je

$$u^2(m) = u_A^2(a) + u^2(m_1) + u^2(m_2) + u_B^2(a) + 2u(m_1, m_2) \quad (7)$$

kde

$u_A(a)$ je nejistota vážení na váhách stanovená metodou A,

$u(m_1)$, $u(m_2)$ nejistoty jednotlivých závaží stanovené metodou B (převzaté z kalibračních listů těchto závaží),

$u_B(a)$ nejistota vážení stanovená metodou B (jestliže nepůsobí jiné vlivy, je to nejistota vah),

$u(m_1, m_2)$ kovariance mezi určeními hodnot závaží stanovená metodou B (vyčte se z kalibračního listu závaží).

Kovariance existuje, pokud při kalibraci



působily společné vlivy (tj. tehdy, byla-li kalibrace uskutečňována za stejných podmínek v téže laboratoři atd.). Konkrétní postup vyhodnocení kalibrace a určení kovariancí je ukázán dále na příkladu (dodatek 9).

5. Kalibrace sady zhmotnělých měř

Při kalibraci několika zhmotnělých měř různých nominálních hodnot (velmi často jde o jejich sady) mohou rovněž nastat dvě základní situace. Buď je každá míra kalibrována nezávisle na ostatních, nebo jsou všechny zhmotnělé míry kalibrovány současně, takže na výsledek kalibrace mohou současně působit také veškeré vlivy. Uvedené tvrzení lze ilustrovat těmito modelovými situacemi:

- každá z měř je kalibrována jiným etalonem a jiným komparátorem za jiných podmínek,
- pro kalibraci je použit jediný etalon i komparátor za stejných podmínek použití.

V prvním případě se jedná o samostatné nezávislé kalibrace každé míry (nepůsobí-li při kalibraci jiné výrazné společné vlivy) a kalibrace se vyhodnotí podle metodiky popsané v kap. 3.

Mimo to může být část vlivů společná kalibracím všech zhmotnělých měř, část vlivů rozdílná a jistá část vlivů může být společná jen některým zhmotnělým míram, což značně komplikuje vyhodnocování korelací. Příkladem může být postup spočívající v použití různých etalonů, ale jediného komparátoru pro celou sadu, jak je tomu zpravidla při kalibraci sady koncových měřek. Stejnou sadu koncových měřek lze ale také kalibrovat pomocí dvou komparátorů (každým část sady měřek). Různé měřky jsou porovnávány s různými etalony, ale podmínky jsou při všech porovnáních stejné.

Postupy vyhodnocení těchto případů kalibrace asi opět nejlépe přiblíží konkrétní příklady následující v dodatku. Typickými příklady z praxe jsou sady koncových měřek nebo sady závaží.

6. Kalibrace měřidla se spojitou stupnicí

6.1 Dva základní typy úloh

Při kalibraci spojitě stupnice přicházejí v úvahu dva možné případy, lišící se vztahem mezi modelem kalibrace a počtem bodů, ve kterých se kalibruje. Tento počet může být:

- rovný počtu neznámých parametrů modelu kalibrace (např. kalibrace etalonového odporového snímače teploty jako referenčního etalonu v pevných bodech teplotní stupnice);
- větší než počet neznámých parametrů modelu kalibrace (např. kalibrace etalonového odporového snímače teploty jako pracovního měřidla, termoelektrického snímače teploty, deformačního tlakoměru, momentového klíče, mikrometru atd.).

V prvním případě je úloha z pohledu zpracování naměřených hodnot jednoduchá, protože neznámé parametry se určí ze známých rovnic a pro určení nejistot a kovariancí se použije zákon šíření nejistot.

Ve druhém případě je k dispozici počet rovnic větší, než je počet neznámých parametrů modelu a problémem je, jak určit hodnoty parametrů modelu, aby přitom byla využita veškerá nadbytečnost (což je, z hlediska co nejdokonalějšího využití informace skryté v datech, žádoucí). Obvykle se tato úloha řeší s použitím metody nejmenších čtverců, která ale vyžaduje znalost hodnot etalonů se zanedbatelnými nejistotami, což není vždy splněno. Blíže je celá situace popsána např. v [1], [4], [5] a [6].

6.2 Model kalibrace spojitě stupnice s nadbytečností

Snahou je, stejně jako ve všech předchozích případech, vytvořit model, v tomto případě kalibrační. Účelem kalibrace měřidla je určit závislosti mezi údajem X kalibrovaného měřidla a údajem etalonu t , a to včetně určení nejistot této závislosti. Závislost hodnoty kalibrovaného měřidla na hodnotách etalonu $X = f(t)$ se označuje jako *transformační funkce snímače*. Inverzní funkcí k transformační funkci, tedy závislost $t = g(X)$, je *kalibrační funkce snímače*.

Kalibrace se uskutečňuje porovnáním údajů kalibrovaného měřidla s údajem etalonu při působení stejné veličiny. Hodnoty působící veličiny, při kterých se kalibrování měřidlo porovnává s etalonem, se v celém kalibračním rozsahu odstupňovávají zpravidla rovnoměrně v počtu $n \geq 6$.

Za předpokladu, že hodnoty veličiny působící na kalibrované měřidlo a na etalon jsou shodné (ne vždy to musí platit), se množinou naměřených hodnot X_j proloží regresní závislost typu polynomu stupně p . Transformační funkce má v tom případě tvar

$$X = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_p t^p \quad (8)$$

a kalibrační funkce tvar

$$t = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 + \dots + b_p X^p \quad (9)$$

Jestliže se kalibruje při n hodnotách t_1 až t_n a zohlední se i možné vlivy při přenosu hodnot z etalonu na kalibrované měřidlo, má teoretický model kalibrace tvar

$$\begin{aligned} X_1 &= a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2 + \dots + a_p t_1^p \\ X_2 &= a_0 + a_1 t_2 + a_2 t_2^2 + \dots + a_p t_2^p \\ &\vdots \\ X_j &= a_0 + a_1 t_j + a_2 t_j^2 + \dots + a_p t_j^p \\ &\vdots \\ X_n &= a_0 + a_1 t_n + a_2 t_n^2 + \dots + a_p t_n^p \end{aligned} \quad (10)$$

kde

X_j je hodnota kalibrovaného měřidla (reprodukováná, naměřená) při j -té hodnotě veličiny působící na kalibrované měřidlo, t_j j -tá hodnota etalonu (reprodukováná, měřená),

a_0, a_1, \dots, a_p neznámé parametry (výstupní veličiny), jejichž odhady se kalibrací zjišťují ($n \geq p + 1$).

6.3 Odhady parametrů transformační funkce a jejich nejistot

Teoretická transformační funkce je tvaru (8). Protože hodnoty t nejsou pevné, ale též zjišťované měřením, jde o nelineární model, který se linearizuje rozvojem do Taylorovy řady se zanedbáním členů vyšších řádů.

Nulté odhady $a_{00}, a_{10}, a_{20}, \dots, a_{p0}$ parametrů $a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$ se určí např. metodou nejmenších čtverců pro pevné t , tedy bez uvažování nejistot a kovariancí spojených s odhadem hodnot etalonu. Nové odhady, jejich nejistoty a kovariance mezi nimi se znovu určí metodou nejmenších čtverců pro kovarianční matici vstupních veličin, která již také zahrnuje nejistoty etalonu, přenosu aj. Jestliže takto získaný odhad nestačí, považuje se za nulový a pokračuje se stejným způsobem v dalších iteračních krocích. Celý postup lze opakovat i v několika iteracích, zkušenosti však ukazují, že většinou se po nultém odhadu vystačí již jen s jednou iterací výpočtu.

Celá metodika, jak vyplývá z uvedeného náznaku postupu, tentokrát směřuje k maticovému zápisu a zpracování nejistot a kovariancí. To které řešení se volí podle konkrétní situace, kdy je třeba do analýzy zahrnout obecně následující nejistoty a kovariance:

- nejistoty hodnoty veličiny poskytnuté (měřené nebo reprodukováné) etalonem,
- nejistoty způsobené nedostatky přenosu hodnot z etalonu na kalibrované měřidlo,
- nejistoty vyplývající z udržování a reprodukování hodnoty kalibrovaným měřidlem,
- kovariance mezi hodnotami veličiny poskytnutými etalonem,
- kovariance způsobené přenosem hodnot z etalonu na kalibrované měřidlo,
- kovariance mezi hodnotami kalibrovaného měřidla,
- kovariance mezi hodnotami etalonu a hodnotami kalibrovaného měřidla.

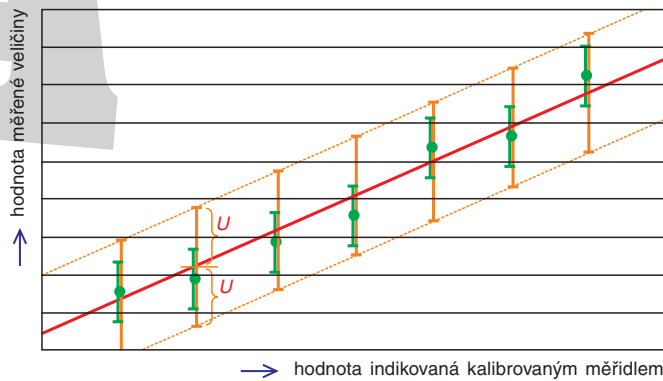
6.4 Odhady parametrů kalibrační funkce a jejich nejistot

Nejjednodušší způsob, jak určit kalibrační funkci, je uplatnit dříve uvedený postup pro transformační funkci (8) na kalibrační funkci (9). Tam, kde se nevyžaduje znalost transformační funkce, stačí určit jen kalibrační funkci.

Výsledkem kalibrace měřidla se spojitou stupnicí jsou:

- matematický model (kalibrační funkce),
- odhad hodnot parametrů modelu (kalibrační funkce),
- nejistoty odhadů parametrů modelu a kovariance mezi nimi.

Pro účely praxe je vhodné uvádět také tabulku, ve které jsou s dostatečně jemným



Obr. 2.
Obecný model
kalibrační
křivky

odstupňováním zaneseny hodnoty údaje měřidla X , jim odpovídající odhady hodnot měřené veličiny \hat{t} a nejistoty u_i stanovení \hat{t} . Uživatelé měřidla potom stačí k naměřené hodnotě (údaji měřidla) podle tabulky přiřadit příslušnou hodnotu měřené veličiny a příslušnou nejistotu měřidla za podmínek použití definovaných při kalibraci měřidla. Hodnoty měřené veličiny a jejich nejistoty mezilehlé hodnotám uvedeným v tabulce se určují interpolací (nejčastěji lineární).

Graficky je kalibrační funkce vyjádřena kalibrační křivkou, která zobrazí výsledek kalibrace v podobě grafu. Obecně je použití kalibrační křivky ke zjištění hodnoty měřené veličiny ukázáno na obr. 2. Výsledné nejistoty jsou v této grafické podobě zpravidla reprezentovány rozšířenými nejistotami $U(t)$ pro jednotlivé hodnoty kalibrace.

7. Měření pomocí kalibrovaného měřidla

7.1 Hodnota měřené veličiny

Při určování hodnoty veličiny měřené kalibrovaným měřidlem se vychází z kalibrační funkce (9), a tedy ze vztahu

$$t = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_px^p = \sum_{j=0}^p b_jx^j \quad (11)$$

kde

x je aritmetický průměr naměřených hodnot, b_0, b_1, \dots, b_p hodnoty parametrů kalibrační funkce kalibrovaného měřidla získané jeho kalibrací podle předcházejících kapitol.

7.2 Nejistota měření kalibrovaným měřidlem

Při určení nejistoty měření vykonaného kalibrovaným měřidlem se vychází ze vztahu (11), na který se aplikuje zákon šíření nejistot. Potom

$$u^2(t) = \sum_{j=0}^p x^{2j} u^2(b_j) + \left(\sum_{j=1}^p jx^{j-1} b_j \right)^2 u^2(x) + 2 \sum_{j=0}^{p-1} \sum_{k=j+1}^p x^j x^k u(b_j, b_k) \quad (12)$$

kde $u(b_0)$ až $u(b_p)$ stejně jako $u(b_j, b_k)$ se určí na základě kalibrace snímače postupem uve-

deným v předchozích kapitolách, popř. v dalším textu, a $u(x)$ se určí jako kombinovaná nejistota měření kalibrovaným měřidlem.

V případě, že lze zanedbat kovariance, je

$$u^2(t) = \sum_{j=0}^p x^{2j} u^2(b_j) + \left(\sum_{j=1}^p jx^{j-1} b_j \right)^2 u^2(x) \quad (13)$$

8. Závěr

Článek, jako část tematického cyklu, přibližuje relativně složitou situaci, se kterou se lze v praxi setkat při zjišťování nejistot při kalibraci a následném používání měřidel.

Omezený prostor článku nedovoluje více než pouze popsat situace a naznačit postupy jejich řešení, tak jak se s nimi lze u všech čtyř typů úloh uvedených v článku setkat v praxi. Mnohé z úloh již ale navíc vedou k maticovému zápisu a maticovému zpracování, vyžadujícími určitou zkušenost i zvýšenou pozornost při samotné realizaci měření (kalibrace) i následné analýze nejistot. V závěrečné kapitole článku je přiblížena situace, která nastane v oblasti nejistot, použije-li se kalibrované měřidlo k provoznímu měření.

Jak bylo několikrát zmíněno v textu, je v připojeném dodatku uvedeno několik příkladů z praxe. Podrobnější postupy je také možné nalézt např. v literatuře nebo je konzultovat s odborníky ze specializovaných metrologických pracovišť.

9. Dodatek

Příklady určení nejistot při kalibraci

Příklad 1. Kalibrace měřidla pro reprodukci jediné hodnoty měřené veličiny: kalibrace koncové měřky 50 mm

Úkolem je zkalibrovat koncovou měřku jmenovitého rozměru $L = 50$ mm mechanickým porovnáním s etalonovou koncovou měřkou stejného jmenovitého rozměru. Model kalibrace sestavený na základě zkušeností a studia literatury spolu tvoří vztahy

$$l_i = l_E + \delta_{iD} - \delta_{iP} - \delta_{iM}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$l_E = l_{EK} + \delta_{iD} + \delta_{i\Delta\theta E}$$

$$\delta_{iP} = \delta_{iC} + \delta_{i\Delta T}, \quad \delta_{iM} = \delta_{i\Delta\theta K}$$

kde

l_i je délka kalibrované měřky stanovená i -tým měřením,

l_E délka etalonové měřky,

l_{EK} délka etalonu uvedená v jeho kalibračním listě,

δ_{iC} chyba komparátoru,

δ_{iD} drift etalonu,

δ_{iI} naměřený rozdíl mezi etalonovou a kalibrovanou měřkou,

δ_{iM} chyba při reprodukování hodnoty kalibrovaným měřidlem,

δ_{iP} korekce nedostatků přenosu hodnot z etalonu na kalibrované měřidlo,

$\delta_{i\Delta T}$ chyba způsobená rozdílem teplot etalonu a kalibrované měřky,

$\delta_{i\Delta\theta E}$ změna délky etalonu způsobená rozdílem mezi teplotou etalonu při kalibraci a jeho referenční teplotou (uvedenou v kalibračním listu),

$\delta_{i\Delta\theta K}$ změna délky kalibrovaného měřidla vlivem rozdílu hodnot teploty při jeho kalibraci a referenční teploty.

Po provedení všech substitucí bude mít model kalibrace měřky tvar

$$l_i = l_{EK} + \delta_{iD} + \delta_{i\Delta\theta E} + \delta_{iI} - \delta_{iC} - \delta_{i\Delta T} - \delta_{i\Delta\theta K}$$

Podle stanoveného postupu kalibrace bylo provedeno $n = 5$ opakovaných měření rozdílu δ_{iI} , ze kterých byl vypočítán aritmetický průměr $\bar{\delta}_I = -0,708 \mu\text{m}$.

Etalonová koncová měřka má podle certifikátu délku $y_E = 50 \text{ mm} - 0,30 \mu\text{m}$ a nejistota této hodnoty je $0,040 \mu\text{m}$.

Nedělají-li se žádné korekce a všechny vlivy se zahrnou do nejistoty, bude odhad délky kalibrované měřky

$$\begin{aligned} y &= l = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (l_{EK} + \delta_{iI}) = l_{EK} + \bar{\delta}_I = \\ &= 50 \text{ mm} - 0,30 \mu\text{m} - 0,708 \mu\text{m} = \\ &= 50 \text{ mm} - 1,008 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Jaké jsou nejistoty tohoto odhadu?

Co se týče nejistoty stanovené metodou A, je třeba vzít v úvahu, že při samotné kalibraci bylo vykonáno pouhých pět měření, ale z dřívějšího většího počtu měření je známo, že směrodatná odchylka jednoho měření je $0,053 \mu\text{m}$. Standardní nejistota typu A pak je

$$u_A(l) = \frac{1}{\sqrt{5}} 0,053 = 0,0237 \mu\text{m} \approx 0,024 \mu\text{m}$$

Výsledná standardní nejistota typu B se vypočítá jako odmocnina ze součtu čtverců pěti složek, kterými jsou:

1. *Nejistota hodnoty etalonu:* podle certifikátu je standardní nejistota etalonu $u(l_{EK}) = 0,040 \mu\text{m}$.

2. *Drift etalonu:* podle předcházejících kalibrací je odhadnut jako nulový v mezích $\pm 0,06 \mu\text{m}$. Všeobecné zkušenosti říkají, že nulový drift je nejpravděpodobnější a že lze použít trojúhelníkové rozdělení. Potom $u(\delta_{iD}) = \frac{0,06}{\sqrt{6}} = 0,0245 \mu\text{m}$

3. *Nejistota komparátoru*: podle certifikátu o kalibraci komparátoru je jeho rozšířená kombinovaná nejistota $0,016 \mu\text{m}$ při $k = 2$. Z toho vyplývá standardní nejistota $u(l_c) = 0,016/2 = 0,008 \mu\text{m}$.

4. *Nejistota vlivem rozdílu teplot ΔT* kalibrované a etalonové měřky: z definice teplotního součinitele délkové roztažnosti látek α (v daném případě $\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$) vyplývá, že $\delta_{\Delta T} = \alpha L \Delta T$. Za předpokladu rovnoměrného rozdělení ΔT v rozmezí $\pm 0,1 \text{K}$ je standardní nejistota tohoto zdroje

$$u(\delta_{\Delta T}) = 11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 / \sqrt{3} = 0,033 \mu\text{m}$$

5. *Nejistota vlivem rozdílu $\Delta\theta$* mezi teplotou v místnosti (a tím i teplotou etalonu a kalibrované měřky) a referenční teplotou (20°C), ke které mají být výsledky uváděny: je-li rozdíl v teplotních součinitelích délkové roztažnosti látky etalonové a kalibrované měřky $\Delta\alpha$, bude výsledek kalibrace zatížen nejistotou

$$u(\delta_{\Delta T K} - \delta_{\Delta T E}) = u(\delta) = \Delta\alpha L \Delta\theta$$

Odhaduje se, že $\Delta\alpha \leq 1 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$, a dále se předpokládá, že teplota v místnosti je vždy v rozmezí $20 \pm 0,6^\circ\text{C}$. Potom se vyjde ze zkušeností z minulých podobných kalibrací a doprovodných analýz, popř. z literatury, kde lze nalézt i postupy pro výpočet této složky nejistoty. Podrobně celou metodiku uvádí např. EAL-R2 [8]. Použijí-li se výsledky dřívějších analýz, lze předpokládat, že $u(\Delta\theta) = 0,02 \mu\text{m}$.

Po dosažení vyjde výsledná standardní nejistota typu B

$$u_B(l) = \sqrt{0,04^2 + 0,0245^2 + 0,008^2 + 0,033^2 + 0,02^2} = 0,061 \mu\text{m}$$

Co se týče kovariancí, nejsou mezi měře-

ním délky etalonu a délky kalibrované měřky v tomto případě uvažovány žádné korelace.

Celková výsledná standardní nejistota kombinovaná odhadu délky kalibrované měřky je

$$u_C(l) = \sqrt{u_A^2(l) + u_B^2(l)} = \sqrt{0,024^2 + 0,061^2} = 0,066 \mu\text{m}$$

Celkový výsledek kalibrace lze (podle zvyklostí popsaných v předchozích částech cyklu) prezentovat dvěma způsoby, přičemž přednost by se měla dávat prezentaci prostřednictvím rozšířené nejistoty $U(l) = 2 \cdot 0,066 = 0,132 \mu\text{m}$ (pro $k = 2$):

- Délka kalibrované měřky je $l = 50 \text{ mm} - 1,008 \mu\text{m}$, $u(l) = 0,066 \mu\text{m}$.
- Délka kalibrované měřky je $l = 50 \text{ mm} - 1,008 \mu\text{m}$, $U(l) = 0,132 \mu\text{m}$ pro $k = 2$.

Komentovaný výsledek pak bude znít: délka kalibrované koncové měřky o nominální délce 50 mm je $(49,998\,992 \pm 0,000\,132) \text{ mm}$.

Uvedená rozšířená nejistota měření je vyjádřena jako standardní nejistota měření vynásobená koeficientem pokrytí $k = 2$, která při normálním rozdělení odpovídá konfidenční pravděpodobnosti přibližně 95 %. Uvedené výsledky lze přehledně zapsat do bilanční tabulky (tab. 2).

Příklad 2. Kalibrace několika měřidel reprodukcí těchto nominální hodnotu veličiny: kalibrace tří koncových měrek téhož jmenovitého rozměru

Úkolem je zkaliarovat sadu tří koncových měrek (pracovních měřidel) stejné jmenovité délky tím jistým etalonem, při použití téhož komparátoru měřicího rozdílu délky kalibrované měřky a délky etalonu za stejných okolních podmínek. Materiál všech měrek má stejný teplotní součinitel délkové roztažnosti.

Model kalibrace má tvar

$$Y_1 = X_1 + X_E - X_K, \quad Y_2 = X_2 + X_E - X_K, \quad Y_3 = X_3 + X_E - X_K \quad (D1)$$

kde

Y_1, Y_2, Y_3 jsou délky kalibrovaných měrek, X_1, X_2, X_3 naměřené hodnoty odchylek měrek od délky etalonu,

X_E délka etalonu,

X_K celková korekce vlivu nedostatků přenosu hodnot z etalonu na kalibrovanou měřku a nedostatků při udržování a reprodukování hodnoty kalibrovaným měřidlem.

Kalibrované měřky mají nominální délku $L = 100 \text{ mm}$. Odhad délky etalonové měřky je $y = 100 \text{ mm} - 0,24 \mu\text{m}$ s nejistotou $0,034 \mu\text{m}$. Rozdíly v délkách měrek se měří komparátorem s kombinovanou standardní nejistotou $u(l_c) = 0,008 \mu\text{m}$.

Z pěti měření každé měřky byly, postupem stejným jako v případě jediné měřky, získány odhady rozdílů délek $\bar{l}_1 = -0,666 \mu\text{m}$, $\bar{l}_2 = 1,212 \mu\text{m}$, $\bar{l}_3 = -0,815 \mu\text{m}$. Hodnota x_k veličiny X_k je považována za nulovou. Odhady délek kalibrovaných měrek z naměřených a vyhodnocených údajů jsou

$$y_1 = y_E + \bar{l}_1 = 100 \text{ mm} + (-0,24 - 0,666) \mu\text{m} = 100 \text{ mm} - 0,906 \mu\text{m};$$

$$y_2 = y_E + \bar{l}_2 = 100 \text{ mm} + (-0,24 + 1,212) \mu\text{m} = 100 \text{ mm} + 0,972 \mu\text{m};$$

$$y_3 = y_E + \bar{l}_3 = 100 \text{ mm} + (-0,24 - 0,815) \mu\text{m} = 100 \text{ mm} - 1,055 \mu\text{m}.$$

Nejistota stanovená metodou A se určí jako v příkladu 1 z minulých měření a je $0,024 \mu\text{m}$ pro porovnávání všech tří měrek.

Nejistoty stanovené metodou B jsou pro všechny tři uvažované případy stejné a určí se postupem stejným jako v příkladu 1. Tato nejistota je $u_B = 0,056 \mu\text{m}$.

Celková (kombinovaná) standardní nejistota potom bude $u = 0,061 \mu\text{m}$, pro všechny tři uvažované měřky shodná, a výsledek kalibrace je

$$y_1 = 100 \text{ mm} - 0,906 \mu\text{m}; \quad u_1 = 0,061 \mu\text{m}$$

$$y_2 = 100 \text{ mm} + 0,972 \mu\text{m}; \quad u_2 = 0,061 \mu\text{m}$$

$$y_3 = 100 \text{ mm} - 1,055 \mu\text{m}; \quad u_3 = 0,061 \mu\text{m}$$

Protože nelze vyloučit společné použití dvou nebo i všech tří kalibrovaných měrek, je třeba v kalibračním certifikátu uvést hodnoty kovariancí mezi zjištěnými odhady jejich délek. Kovariance (stanovené metodou typu B) jsou důsledkem použití téhož etalonu i téhož komparátoru pro všechny tři kalibrace. Mimo to je možné určit kovariance také metodou typu A (pokud existují).

Kovariance stanovené metodou B budou stejné, neboť jsou důsledkem společného vlivu všech zdrojů nejistot typu B působících při kalibraci. Podle modelu (D1) bude

$$Y_1 = X_1 + X_E - X_K$$

$$Y_2 = X_2 + X_E - X_K$$

Kovariance mezi odhady y_1 a y_2 vycházejí ze vztahu podle [5]

$$\text{cov}(y_1, y_2) = u_E^2 + u_K^2 = u_B^2 = 0,056^2 = 0,003\,14 \mu\text{m}^2$$

Tab. 2. Bilanční tabulka nejistot kalibrace koncové měřky 50 mm (k příkladu 1)

Velikost X_i	Odhad x_i (mm)	Standardní nejistota $u(x_i)$ (μm)	Aproximační rozdělení	Koeficient citlivosti A_i	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_i(l)$ (μm)
$\bar{\delta}_i$	-0,001 008	0,024 0	normální	1	0,024 0
etalon l_{EK}	49,999 970	0,034 0	rovnoměrné	1	0,040 0
drift δ_{iD}	0,0	0,024 5	trojúhelníkové	1	0,024 5
komparátor δ_{iC}	0,0	0,008 0	rovnoměrné	1	0,008 0
rozdíl teplot měrek $\delta_{\Delta T}$	0,0	0,034 0	rovnoměrné	1	0,033 0
rozdíl teplot od 20°C $\delta_{\Delta T}$	0,0	0,020 0	rovnoměrné	1	0,020 0
Y	49,998 992	-	-	-	0,066 0

Tab. 3. Naměřené hodnoty (k příkladu 3)

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
x_i (mg)	-4,80	-3,94	4,07	3,30	-4,77	-3,06	-3,95	-3,95	-4,64	-4,66	-0,73	-0,73	-0,76	-0,77

Obdobně lze nalézt i kovariance mezi y_1 a y_3 a mezi y_2 a y_3 .

Ke stejnému výsledku lze dojít i následující úvahou. Vzhledem k tomu, že $\text{cov}(y_1, y_2) = u(y_1, y_2) = ru(y_1)u(y_2)$, stačí najít takový společný vliv, jehož příspěvek k nejistotě odhadů y_1, y_2 je znám a u kterého lze předpokládat koeficient korelace $r = 1$. Potom

$$u(y_1, y_2) = ru(y_1)u(y_2) = u(y_1)u(y_2)$$

Konkrétně v uvažovaném případě je takovým společným vlivem chyba délky etalonu X_E a korekce vlivu nedostatků při přenosu X_k , přičemž $u(y_1) = u(y_2) = u_B$, tedy

$$u_B(y_1, y_2) = u_B(y_1, y_3) = u_B(y_2, y_3) = ru_B u_B = u_B^2 = 0,056^2 = 0,00314 \mu\text{m}^2$$

Kovariance stanovené metodou typu A podle TPM 0051-93 [10] jsou pro data tohoto příkladu zanedbatelné.

Při měření s použitím třeba dvou koncových měrek (např. první a třetí) to znamená, že jestliže naměřený rozdíl bude 3,48 μm a nejistota měření rozdílu stanovená metodou A bude 0,058 μm , bude *správný výsledek*

$$l = (100 \text{ mm} - 0,906 \mu\text{m}) + (100 \text{ mm} - 1,055 \mu\text{m}) + 3,480 \mu\text{m} = 200 \text{ mm} + 1,519 \mu\text{m}$$

a jeho celková standardní nejistota

$$u_C(l) = \sqrt{u_A^2(l) + u^2(y_1) + u^2(y_2) + 2u_B(y_1, y_2)} = \sqrt{0,058^2 + 0,061^2 + 0,061^2 + 2 \cdot 0,00314} = \sqrt{0,017086} = 0,131 \mu\text{m}$$

Existují také další možnosti. Neuvažují-li se kovariance, bude vypočítaná kombinovaná standardní nejistota výsledku $u(l) = 0,104 \mu\text{m}$, čímž dochází k neoprávněnému vylepšení výsledku měření. Přitom, pro zjednodušení, nebyly uvažovány nejistoty způsobené nedokonalostí spojení dvou měrek, odchylkou podmínek měření od podmínek kalibrace použitých měrek, případným rozdílem teplot použitých měrek a měřeného předmětu.

Pokud by bylo v modelu (D1) vykonáno celkem šest měření, a to vždy po dvou měřeních při porovnávání každé kalibrované měrky, přejde model (D1) na model (pro jednoduchost se předpokládá, že X_k lze zanedbat)

$$\begin{aligned} Y_1 &= X_1 + X_E, & Y_2 &= X_2 + X_E \\ Y_3 &= X_3 + X_E, & Y_4 &= X_4 + X_E \\ Y_5 &= X_5 + X_E, & Y_6 &= X_6 + X_E \end{aligned} \quad (D2)$$

Pro odhady platí

$$\begin{aligned} y_1 &= 0,5(X_1 + X_4) + X_E \\ y_2 &= 0,5(X_2 + X_5) + X_E \\ y_3 &= 0,5(X_3 + X_6) + X_E \end{aligned} \quad (D3)$$

a pro nejistoty a kovariance platí

$$u(y_1) = u(y_2) = u(y_3) = \sqrt{0,5\sigma^2 + u_B^2} \quad (D4)$$

$$u(y_1, y_2) = u(y_1, y_3) = u(y_2, y_3) = u_B^2 \quad (D5)$$

přičemž σ^2 je parametr představující jednotkový rozptyl měření, což je vlastně druhá mocnina jednotkové nejistoty stanovené metodou A. Lze tedy zjednodušeně psát $\sigma^2 = s^2(\bar{x}) = u_A^2(x)$. Používá se zejména tam, kde není možné získat dostatečný počet opakovaných měření pro vhodnotné statistické vyhodnocení. Hodnotu σ^2 lze odhadnout z poměru známých nejistot (blíže viz např. [2], [4] a další specializovaná literatura).

Při měření společně dvěma kalibrovanými měrkami bude jimi reprodukováná délka $y = y_1 + y_2$ a její nejistota (při zanedbání nejistot způsobených nedokonalostí spojení měrek)

$$u(y) = \sqrt{u^2(y_1) + u^2(y_2) + 2u(y_1, y_2)} \quad (D6)$$

Při pomnutí kovariancí by platilo

$$u(y) = \sqrt{u^2(y_1) + u^2(y_2)} = \sqrt{\sigma^2 + 2u_B^2} \quad (D7)$$

což je nepřijatelné podhodnocení nejistoty výsledku měření.

Příklad 3. Kalibrace sady zhmotnělých měř: kalibrace sady závaží jediným etalonem

Má se kalibrovat sada závaží o jmenovitých hmotnostech 500, 200, 200*, 100 a 100* g s použitím etalonu o jmenovité hmotnosti 1 000 g, jehož systematická chyba Δ_E i standardní nejistota této systematické chyby u_E (nejistota etalonem reprodukováné hodnoty hmotnosti) jsou známy. Etalonem reprodukováná hodnota hmotnosti $x_E = 1000 + \Delta_E$. Pro jednoduchost se předpokládá, že korekce na vztlak je nulová (všechna závaží i etalon jsou vyrobeny ze stejného materiálu) a neexistují ani žádné další vlivy působící nejistoty měření mimo etalon a zdroje nejistoty typu A.

Pro kalibraci se použije např. toto kalibrační schéma:

$$\begin{aligned} 500 + 200 + 200^* + 100 &= X_1 + X_E \\ 500 + 200 + 200^* + 100^* &= X_2 + X_E \\ 500 - 200 - 200^* - 100 &= X_3 \\ 500 - 200 - 200^* - 100^* &= X_4 \\ 200 - 200^* + 100 - 100^* &= X_5 \\ 200 - 200^* - 100 + 100^* &= X_6 \\ 200 - 200^* &= X_7 \\ 200 - 200^* &= X_8 \\ 200 - 100 - 100^* &= X_9 \\ 200 - 100 - 100^* &= X_{10} \\ 200^* - 100 - 100^* &= X_{11} \\ 200^* - 100 - 100^* &= X_{12} \\ &100 - 100^* = X_{13} \\ &100 - 100^* = X_{14} \end{aligned} \quad (D8)$$

Použitý model je přeuročen (počet rovnic je větší než počet neznámých veličin) a řeší se metodou nejmenších čtverců (blíže viz hlavní text článku).

Odhady hodnot závaží jsou

$$\begin{aligned} m_{500} &= 0,25(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_E) \\ m_{200} &= 0,1(x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + 2x_E) \\ m_{200^*} &= 0,1(x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - x_5 - x_6 - x_7 - x_8 + x_{11} + x_{12} + 2x_E) \\ m_{100} &= 0,1(x_1 - x_3 + x_5 - x_6 - x_9 - x_{10} - x_{11} - x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_E) \\ m_{100^*} &= 0,1(x_2 - x_4 - x_5 + x_6 - x_9 - x_{10} - x_{11} - x_{12} - x_{13} - x_{14} + x_E) \end{aligned} \quad (D9)$$

Odhady standardních nejistot (kombinovaných) vypočtených hodnot hmotnosti závaží

$$U(m) = U_A(m) + U_B(m) =$$

$$= \frac{u^2(x)}{100} \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} + \frac{u_E^2}{100} \begin{pmatrix} 25 & 10 & 10 & 5 & 5 \\ 10 & 4 & 4 & 2 & 2 \\ 10 & 4 & 4 & 2 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (D10)$$

kde na diagonálách matic jsou čtverce nejistot určených hodnot jednotlivých závaží a mimo diagonály jsou kovariance mezi určenými hodnotami jednotlivých závaží.

Zde je třeba upozornit, že kalibrační protokoly ve většině případů kovariance mezi odhady hodnot závaží neobsahují.

Číselný výpočet lze ukázat s údaji uvedenými v tab. 3 se závažím o hmotnosti 1 kg, $x_E = (1000 - 2,82 \cdot 10^{-3})$ g a $u(x_E) = u_E = 0,07$ mg jako etalonem.

Odhady hodnot kalibrovaných závaží a jejich standardní (kombinované) nejistoty jsou

$$\begin{aligned} m_{500} &= 500 \text{ g} - 1,753 \text{ mg}; & u_{500} &= 0,040 \text{ mg} \\ m_{200} &= 200 \text{ g} - 4,678 \text{ mg}; & u_{200} &= 0,018 \text{ mg} \\ m_{200^*} &= 200 \text{ g} - 0,748 \text{ mg}; & u_{200^*} &= 0,018 \text{ mg} \\ m_{100} &= 100 \text{ g} - 0,417 \text{ mg}; & u_{100} &= 0,013 \text{ mg} \\ m_{100^*} &= 100 \text{ g} + 0,394 \text{ mg}; & u_{100^*} &= 0,013 \text{ mg} \\ u_x &= 0,036 \text{ 1 mg} \end{aligned}$$

Kovariance odhadů kombinací dvojic kalibrovaných závaží jsou

$$\begin{aligned} u_{500,200} &= (0,022 \text{ 1 mg})^2; & u_{500,200^*} &= (0,022 \text{ 1 mg})^2 \\ u_{500,100} &= (0,015 \text{ 6 mg})^2; & u_{500,100^*} &= (0,015 \text{ 6 mg})^2 \\ u_{200,200^*} &= (0,014 \text{ mg})^2; & u_{200,100} &= (0,009 \text{ 9 mg})^2 \\ u_{200,100^*} &= (0,009 \text{ 9 mg})^2; & u_{200^*,100} &= (0,009 \text{ 9 mg})^2 \\ u_{200^*,100^*} &= (0,009 \text{ 9 mg})^2; & u_{100,100^*} &= (0,007 \text{ mg})^2 \end{aligned}$$



Například k vážení se použijí dvě závaží m_{500} a m_{100} v modelu měření $m = m_{500} + m_{100} + x$. S naměřenou hodnotou rozdílu hmotností $x = 25,280$ mg se standardní kombinovanou nejistotou $u(x) = 0,056$ mg bude výsledkem měření hodnota hmotnosti měřeného objektu $m = 499,998\ 247 + 100,000\ 394 + 0,025\ 280 = 600,023\ 921$ g a nejistota určení této hodnoty

$$u^2(m) = u^2(m_{500}) + u^2(m_{100}) + 2u(m_{500}, m_{100}) + u^2(x) = 0,040^2 + 0,013^2 + 2 \cdot 0,015\ 6^2 + 0,056^2 = 0,005\ 392\ \text{mg}^2, \text{ a tedy } u(m) = 0,074\ \text{mg}$$

Celkový výsledek měření je

$$m = 600,023\ 921\ \text{g}, \quad u(m) = 0,000\ 074\ \text{g}$$

Pokud by nebyla uvažována kovariance mezi závažími, byla by nejistota určení hmotnosti $u(m) = 0,000\ 070$ g.

Literatura:

- [1] PALENČÁR, R. – RUIZ, J. M. – JANIGA, I. – HORNÍKOVÁ, A.: Štatistické metódy v metrologických a skúšobných laboratóriách. Bratislava, Grafické štúdio – Juriga 2001.
- [2] CHUDÝ, V. – PALENČÁR, R. – KUREKOVÁ, E. – HALAJ, M.: Meranie technických veličín. Bratislava, Vydavateľstvo STU 1999.

- [3] PALENČÁR, R. – KUREKOVÁ, E. – VDOLEČEK, F. – HALAJ, M.: Systém riadenia meraní. Bratislava, Grafické štúdio – Juriga 2001.
- [4] WIMMER, G. – PALENČÁR, R. – WITKOVSKÝ, W.: Stochastické modely merania. Bratislava, Grafické štúdio – Juriga 2000.
- [5] KUBÁČEK, L. – PÁZMAN, A.: Štatistické metódy v meraní. Bratislava, Veda 1979.
- [6] KUBÁČEK, L. – KUBÁČKOVÁ, L.: Statistika a metrologie. Olomouc, Univerzita Palackého v Olomouci 2000.
- [7] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (Směrnice pro vyjadřování nejistoty při měření). BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML 1995.
- [8] EAL-R2 – Expression of the Uncertainty in Measurement in Calibration (Metodika vyjadřování nejistot při kalibracích). EA 4/02 (původní značení EAL-R2), 1997 (v SR MSA-104, 1998, v ČR EAL-R2, 1997).
- [9] Etalóny. Vyjadrovanie chýb a neistôt. TPM 0050, FÚNM 1992.
- [10] Stanovenie neistôt pri meraniach. TPM 0051, FÚNM 1993.
- [11] ĎURIŠ, S. – MIKLEŠOVÁ, K.: Metódy

a neistoty pri meraní, kalibrácii a overovaní v termometrii. Kalibrácia vo všeobecnosti. Neistoty v meraní, kalibrácii a skúšaní, I. časť. Bratislava, VS ÚNMS SR 2000.

- [12] PALENČÁR, R. – VDOLEČEK, F. – HALAJ, M.: Nejistoty v měření I: vyjadřování nejistot. Automa, 7, 2001, č. 7-8, s. 50-54.
- [13] PALENČÁR, R. – VDOLEČEK, F. – HALAJ, M.: Nejistoty v měření II: nejistoty přímých měření. Automa, 7, 2001, č. 10, s. 52-56.
- [14] PALENČÁR, R. – VDOLEČEK, F. – HALAJ, M.: Nejistoty v měření III: nejistoty nepřímých měření. Automa, 7, 2001, č. 12, s. 28-33.

Ing. František Vdoleček, CSc.,
FSI VUT, Brno

(vdolecek@uai.fme.vutbr.cz)

doc. Ing. Rudolf Palenčár, CSc.,

ŠtF STU, Bratislava

(palencar@kam.vm.stuba.sk)

Ing. Martin Halaj, Ph.D.,

ŠtF STU, Bratislava

(halaj@kam.vm.stuba.sk)

Multifunkční vyhodnocovací systém s displejem

Multifunkční systém pro vyhodnocování impulsního signálu FX 360 od firmy ifm electronic (obr. 1) umožňuje snadno získat informace o sledech pohybů v zařízeních průmyslové automatizace. Naměřená perioda



Obr. 1. Multifunkční vyhodnocovací systém FX 360

vstupního řetězce impulsů je přepočítána na frekvenci a jako frekvence zobrazena. S použitím převodního součinitele lze také vypočítávat a signalizovat např. otáčky, rychlosti pohybů a doby trvání různých dějů. Tyto parametry je možné dále převádět na analogový signál. Displej FX 360 je tudíž zejména

vhodný k řešení čítacích úloh a úloh měření času.

Nejčastěji se přístroj používá při měření rychlosti dopravníkových pásů, zjišťování počtu otáček hřídelí strojů, čítání výrobků na výrobních linkách, čítání strojových taktů, měření dob trvání technologických procesů v průmyslových pecích apod.

Displej FX 360 může být napájen z různých zdrojů (115/230 V AC nebo 24 V DC) a výstup lze volit spínací nebo analogový. Splňuje všechny požadavky praxe a pro své vlastnosti je vhodný pro výrobce zařízení, v nichž může být použit jako jejich komponenta, i pro použití přímo u koncových uživatelů.

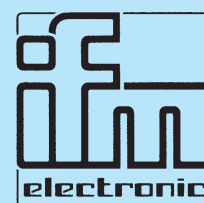
K nastavení displeje FX 360 slouží dvě tlačítka na předním panelu. Uživatel je přitom veden zobrazením nastavovacích parametrů na displeji. Volbou a aktivací různých režimů provozu je definována funkce přístroje. K přizpůsobení nejrůznějších možným aplikacím volbou provozního režimu stačí zadat pouze

několik hodnot parametrů.

Základní technické charakteristiky přístroje jsou:

- vstupní frekvence 25 kHz (odpovídá době trvání impulsu 0,02 ms),
- impulsní vstupy pro senzory a rotační snímače, např. pnp a npn podle NAMUR,

- vstupní signály HTL (10 až 30 V),
- integrované napájení rotačních snímačů 24 V DC/130 mA, odolné vůči zkratu,
- analogový výstup 0/4 až 20 mA nebo 0 až 10 V,
- spínací výstup s optickým vazebním členem (35 V DC, 135 mA),
- teplota okolí 0 až 45 °C,
- kryt z plastu Noryl pro vestavbu do panelu a čtrnáct připojovacích svorek,
- krytí čelního panelu IP65, svorek IP20,
- dobře čitelná signalizace okamžitého údaje oranžovou LED výšky 15 mm,
- rozměry 96 × 48 × 129 mm (š × v × h),
- dodávány jsou tři verze přístroje: standardní, s analogovým výstupem a se spínacím výstupem.



ifm ELECTRONIC s. r. o.
U Křížku 571, 252 43 Průhonice
tel.: 02/67 99 02 11
fax: 02/67 75 01 80
e-mail: info.cz@ifm-electronic.com
www.ifm-electronic.cz